CH7 DIVISIBILITE DANS $\mathbb{Z}$

EX 11 :

1. a+b=44 q=6 r=2 a=b.q+r

   ⇓

   b.q+r+b=44⇒b.(q+1)+r=44⇒b.7+2=44⇒b=6 ⇒a=44-6=38

2. a+b=-49 q=-13 r=11 a=b.q+r

   ⇓

   b.q+r+b=-49⇒b.(q+1)+r=-49⇒b.(-12)+11=-49⇒b=5<11=r impossible

3. a+b=42 q=-6 r=9 a=b.q+r

   ⇓

   b.q+r+b=42⇒b.(q+1)+r=42⇒b.(-5)+9=42⇒-5b=33 impossible

EX 12 :

-1=9.(-1)+8⇒-1≡8(9) ⇒ le reste modulo 9 de (-1) est 8

10= 9x1 +1⇒10≡1(9) ⇒ le reste modulo 9 de (10) est 1

-10= 9x(-2) +8⇒−10≡8(9) ⇒ le reste modulo 9 de (-10) est 8

-27= 9x(-3) -27 est un multiple de 9 ⇒ le reste modulo 9 de (-27) est 0

-25=9x(-3)+2⇒−25≡2(9) ⇒ le reste modulo 9 de (-25) est 2

EX 13 :

• n≡-2(7) ⇒n=7k-2

-10≤n≤15 ⇔ -10≤7k-2≤15 ⇔-8≤7k≤17⇔ $-\frac{8}{7} \le k \le \frac{17}{7}$ ⇒ k∈{-1,1,0,2}

⇒n∈{-9,5,-2,12}

• n≡6(11) ⇒n= 11k+6

-6≤n≤20⇔-6≤11k+6≤20 ⇔-12≤11k≤14⇒k∈{-1,0,1}⇒n∈{-5,6,17}

EX 14 :

1. n non divisible par 3 ⇒n≡1(3) ou n≡2(3) ⇒n-1≡0(3) ou n+1≡0(3)

   ⇒n-1 ou n+1 est divisible par 3

2. Supposons que n ;p et n-p ne sont pas divisibles par 3 Alors

   $\begin{cases} n \equiv 1(3) \\ p \equiv 2(3) \end{cases}$ *ou* $\begin{cases} n \equiv 2(3) \\ p \equiv 1(3) \end{cases}$ ⇒n+p≡0(3) ou n+p≡0(3)⇒n+p est divisible par 3